

Μαθηματικά ΟΤΤ
Τρίτη 06/06/23

Θέμα Α

A₁. Θεωρία σχ. βιβλίου σελ 111

A₂. Θεωρία σχ. βιβλίο σελ. 104

A₃. Θεωρία σχ βιβλίο σελ 128

A₄. α. Λ β Λ γ Λ δ Σ ε Σ

Θέμα Β

$$g(x) = \frac{4 - e^{2x}}{e^x} \quad Dg = \mathbb{R}$$

$$h(x) = \ln x \quad Dh = (0, +\infty)$$

$$B_1. \Gamma = \left\{ \begin{array}{l} x \in Dh \\ h(x) \in Dg \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ \ln x \in \mathbb{R} \end{array} \right\} = \underline{\underline{(0, +\infty)}}$$

$$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) = \frac{4 - e^{2 \ln x}}{e^{\ln x}} = \frac{4 - x^2}{x}, x > 0$$

$$\text{Άρα } f(x) = \frac{4 - x^2}{x}, x > 0$$

$$B_2. i) f'(x) = \frac{-2x \cdot x - (4 - x^2) \cdot 1}{x^2} = \frac{-2x^2 - 4 + x^2}{x^2} =$$

$$= \frac{-(x^2 + 4)}{x^2} < 0 \text{ στο } (0, +\infty)$$

Επομένως η f είναι γν. φθίνουσα στο $(0, +\infty)$

$$ii) \frac{4 - \pi^2}{4 - e^2} > \frac{\pi}{e} \Leftrightarrow \frac{4 - \pi^2}{\pi} < \frac{4 - e^2}{e} \Leftrightarrow$$

$$f(\pi) < f(e) \stackrel{f \downarrow}{\Leftrightarrow} \pi > e \text{ που ισχύει.}$$

$$\underline{\text{Επίσης}} \quad e < \pi \stackrel{f \downarrow}{\Leftrightarrow} f(e) > f(\pi) \Leftrightarrow \frac{4 - e^2}{e} > \frac{4 - \pi^2}{\pi} \Leftrightarrow$$

$$\frac{4 - \pi^2}{4 - e^2} > \frac{\pi}{e} \quad (4 - e^2 < 0).$$

$$B_4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ow(1+x^2)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ow(1+x^2)}{\frac{4-x^2}{x}} =$$

$$= \left| \frac{ow(1+x^2)}{\frac{4-x^2}{x}} \right| \leq \left| \frac{1}{\frac{4-x^2}{x}} \right| = \frac{x}{4-x^2}$$

$$- \frac{x}{4-x^2} \leq \frac{ow(1+x^2)}{f(x)} \leq \frac{x}{4-x^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x}{-x^2} \right) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{-x^2} \right) = 0 \end{array} \right\}$$

Ans Korollars

negativ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ow(1+x^2)}{f(x)} = 0$$

B₃ Καταρίσιμη ασύμπτωτη

$$\lim_{x \rightarrow \infty^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \left[(4-x^2) \frac{1}{x} \right] = +\infty \text{ αψή}.$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty^+} (4-x^2) = 4 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty^+} x = \infty, \quad x > 0 \text{ έρα } \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

Ενδεώς η $x=0$ καταρίσιμη ασύμπτωτη.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{4-x^2}{x}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2+4}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 = \lambda. \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (-1)x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4-x^2}{x} + x \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-x^2+x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0 = \beta$$

Ενδεώς η $y = -x$ είναι

πλάγια ασύμπτωτη της C_f ως $+\infty$.